

dr inż. Ireneusz Wróbel
Akademia Techniczno-Humanistyczna
inż. Mateusz Kóska
Avio Polska, Bielsko-Biała

WYSOKOCYKLOWA ANALIZA ZMĘCZENIOWA ELEMENTÓW OSIOWOSYMETRYCZNYCH

Streszczenie: Przedmiotem analiz opisanych w prezentowanej pracy jest element osiowosymetryczny, koło zębate. Przedstawiono zbudowany do celu obliczeń model dyskretny z wykorzystaniem Metody Elementów Skończonych. Wykonano analizę statyczną modelu, której wyniki będą wejściowymi wartościami do wysokocyklowej analizy zmęczeniowej. Do celów przeprowadzenia analizy zmęczeniowej napisano program obliczeniowy w środowisku programowania Matlab. Zaprezentowano wyniki. Sformułowano wnioski.

HIGH CYCLE FATIGUE ANALYSIS OF AXISYMETRIC ELEMENTS.

Abstrac: The object of the analysis described in the paper is axisymmetric element, gearshaft. Model for calculation, built based on the Finite Element Method for the analysis have been presented. The static analysis has been performed and the results from it has been input for high-cycle fatigue analysis. Dedicated program has been written in the development environment of Matlab program for high-cycle fatigue analysis. Results have been presented. The conclusions have been formulated.

1. WPROWADZENIE

Elementy osiowosymetryczne występują w zdecydowanej większości maszyn i urządzeń, którymi posługują się ludzie na co dzień. W przemyśle lotniczym takie elementy należy poddawać szczególnie wnikliwym analizom. W historii lotnictwa odnotowano przypadki katastrof lotniczych których przyczyną było zniszczenie zmęczeniowe elementów rotacyjnych. Szereg obliczeń, które powinny przejść tego typu komponenty na etapie konstrukcyjnym, ma na celu zapobieganie takim katastrofom. Na potrzeby tego referatu jako typowy element osiowo symetryczny wybrano koło zębate. Jednakże zbudowane oprogramowanie może mieć zastosowanie do innych osiowosymetrycznych elementów napędu lotniczego.

Od przekładni zębatach stosowanych w przemyśle lotniczym wymaga się:

- równomiernego ruchu, czyli ruchu, który bez niepożądanych przyspieszeń i opóźnień przeniesie moment obrotowy,

- cichej i spokojnej pracy,
- jak największej ilości cykli pracy,
- wysokiej wytrzymałości oraz niskiej wagi przekładni.

Aby spełnić te wymogi koła zębate przed wysyłką do klienta, przechodzą przez szereg doświadczalnych badań, które w sposób równoległy są przeprowadzane w przestrzeni wirtualnej za pomocą komputerów ze specjalistycznym oprogramowaniem. Podczas obliczeń wytrzymałościowych kół zębatych, główną uwagę przykuwają takie parametry jak: wytrzymałość zębów na pęknięcie podstawy zęba, wytrzymałość zębów na zużycie i naciski powierzchniowe, czy wytrzymałość wrębu zęba na obciążenia dynamiczne oraz statyczne. Doświadczenia z pracy przekładni pokazują jednak, że często dochodzi do pęknięć na wale koła zębatego w miejscu, gdzie naprężenia nie były większe od wartości dopuszczalnych.

Obciążenia działające na konstruowane części napędu lotniczego mają charakter zmienny w czasie, obok standardowych analiz wykonuje się też analizę zmęczeniową. Na wartość wytrzymałości zmęczeniowej materiału składa się wiele czynników, na przykład występowanie karbu w geometrii co prowadzi do lokalnego spiętrzenia naprężeń w tym miejscu, efekt skali, stan warstwy wierzchniej elementu oraz środowisko pracy, w którym docelowo ma pracować dana część maszyny.

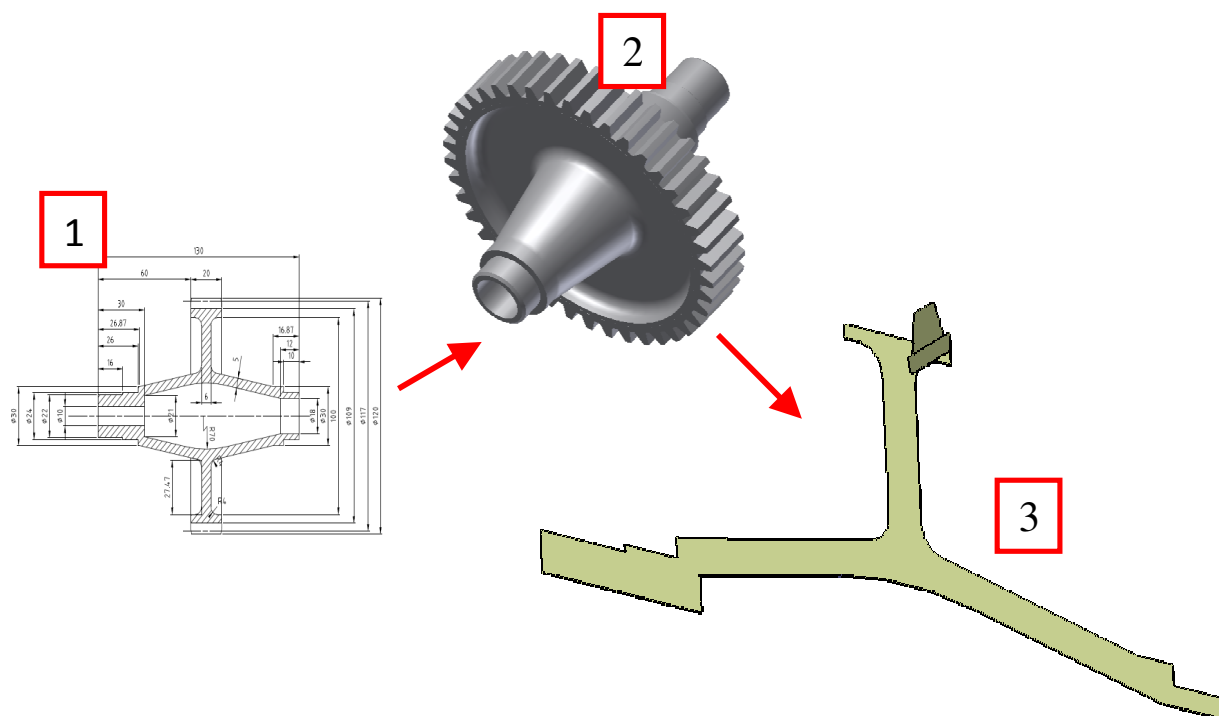
2. CEL ANALIZY.

Wiele programów obliczeniowych wykorzystujących metodę elementów skończonych posiada moduły do przeprowadzania analiz zmęczeniowych. Ze względu na specyfikę konstrukcji lotniczych buduje się dedykowane oprogramowanie stosowane do wąskiego zakresu produktów. Programy te najczęściej stosują metodykę obliczeń opartą na odmiennych metodach obliczeniowych niż te proponowane przez firmy korporacyjne. Niniejsza praca ma na celu prześledzenie metodyki obliczeń przeprowadzanych dla wybranej części koła zębatego na etapie konstruowania. W ramach tej pracy został zbudowany model obliczeniowy oraz przeprowadzona analiza statyczna wybranego komponentu, której wyniki stanowią podstawę do obliczeń wysokocyklowej wytrzymałości zmęczeniowej produktu. Do przeprowadzenia analizy zmęczeniowej został napisany specjalistyczny program, mający za zadanie wyznaczyć najgorszy współczynnik bezpieczeństwa oraz przedstawić rozwiązanie analizy w postaci wykresu Manson'a Mcknight z naniesioną mapą tych współczynników.

3. MODEL CAD

Model trójwymiarowy koła został przygotowany w programie Catia V5R19, na podstawie schematu koła zębatego używanego w przemyśle lotniczym. Na podstawie modelu bryłowego zostały wygenerowane powierzchnie, które zostały wyeksportowane

w wymaganym formacie do systemu Patran/Nastran, gdzie na bazie modelu powierzchniowego tworzono siatkę elementów.



Rys. 1. Etapy tworzenia modelu geometrycznego: 1-schemat koła;

2-model bryłowy;

3-model powierzchniowy.

Parametry koła zębatego oraz dane charakteryzujące materiał, z którego zostało wykonane koło zestawione zostały w tabeli 1 i tabeli 2. Materiał koła to stal o symbolu AISI 4310. Koło według założeń konstrukcyjnych powinno przepracować 45 tysięcy cykli.

Tabela. 1. Parametry koła zębatego

Nazwa	Symbol	Wartość	Jednostka
Moduł normalny	m	3.25	-
Średnica podziałowa	d	117	mm
Średnica podstawy zęba	d_f	109	mm
Średnica wierzchołków zęba	d_a	120	mm
Liczba zębów	z	36	-
Długość wału	l	130	mm

Tabela. 2. Dane materiałowe AISI 4310

Nazwa	Symbol	Wartość	Jednostka
Moduł Young'a	E	199948	MPa
Liczba Poisson'a	μ	0.32	-
Współczynnik Yield'a (granica plastyczności)	F_y lub R	1138	MPa

UTS (graniczna wytrzymałość na rozciąganie)	UTS lub R	1241	MPa
Graniczna wartość wytrzymałości zmęczeniowej	σ_n	572	MPa

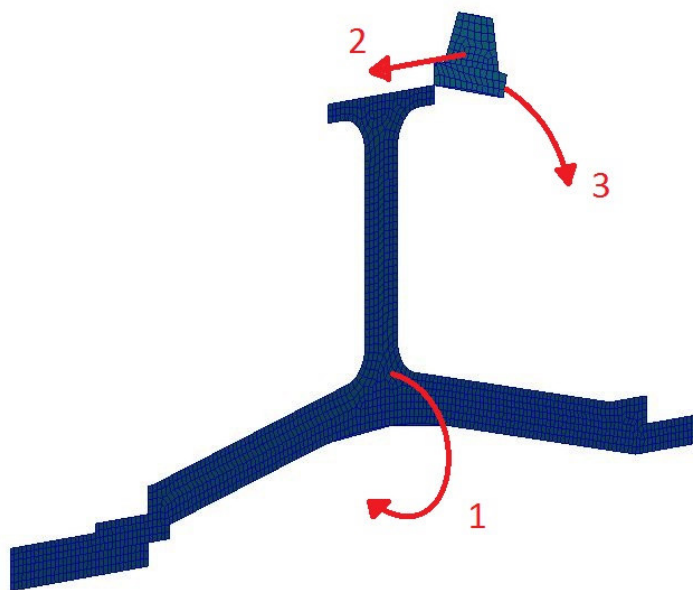
Do modelu geometrycznego koła zębatego zostały wprowadzone pewne uproszczenia, które nie mają wpływu na wyniki analizy zmęczeniowej dla badanego obszaru (średnik koła). Między innymi uproszczony został zarys geometryczny boku zęba, ewolwentowy kształt został zastąpiony linią prostą prostopadłą do linii przyporu zazębienia, wielowypust koła został zastąpiony cylindrem o objętości równej objętości wielowypustu, co pozwala na odwzorowanie sztywności koła bez zbędnego tworzenia siatki na drobnych zębach.

4. MODEL MES

Model dyskretny koła zębatego wykonany został w systemie MSC Patran. Budowę modelu dyskretnego wykonano w następujących etapach:

- 1) wczytanie modelu CAD do środowiska pracy,
- 2) podzielenie geometrii na dane elementy skończone,
- 3) przypisanie warunków brzegowych (utwierdzenia oraz obciążenia),
- 4) wprowadzenie danych materiałowych,
- 5) przypisanie danych materiałowych do elementów,
- 6) wykonanie statycznej analizy,
- 7) prezentacja wyników (mapy naprężeń).
- 8) wygenerowanie raportów zawierających współrzędne węzłów w układzie cylindrycznym oraz tensory naprężeń w tych węzłach.

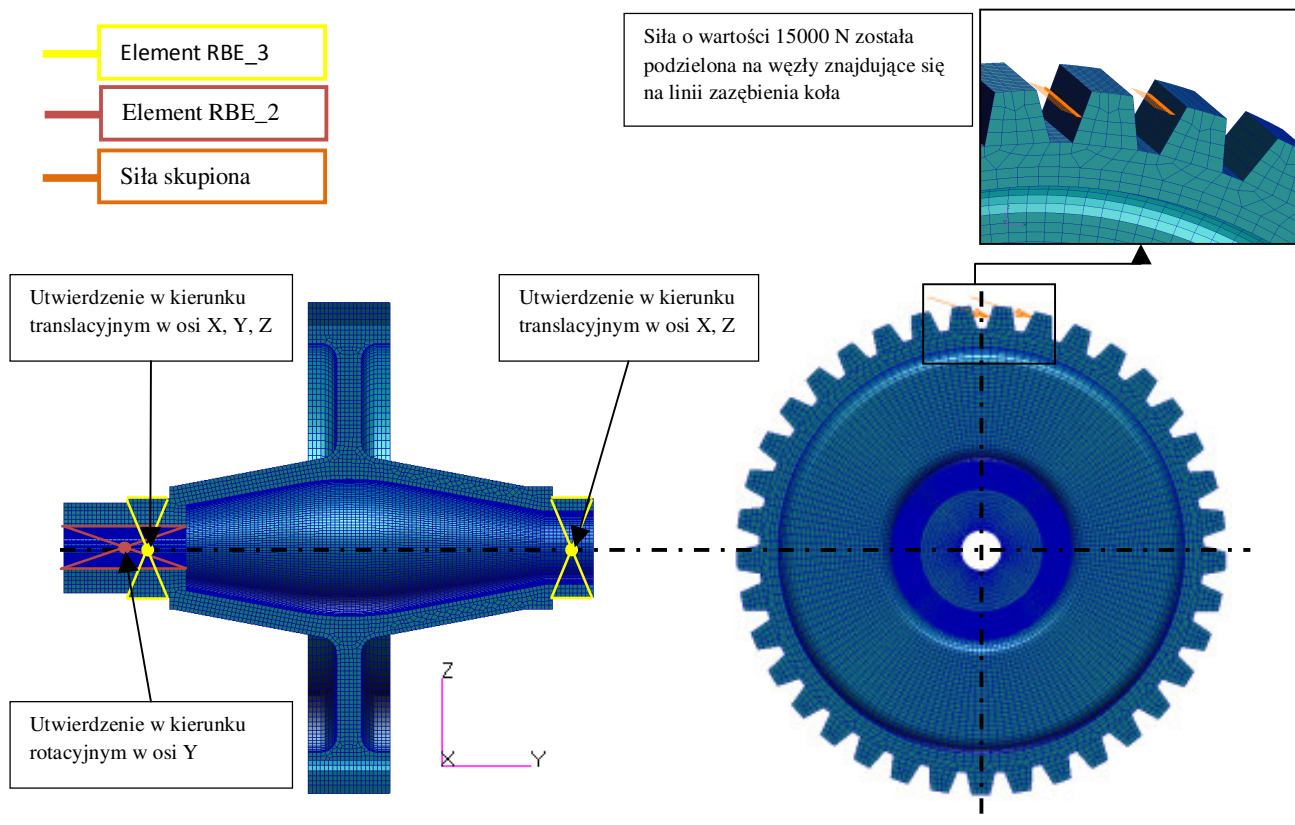
Przy budowaniu modelu mes z elementów typu HEX8, początkowo podzielone zostały powierzchnie na elementy typu QUAD4, a następnie poprzez obrót lub przesunięcie, powstały elementy przestrzenne typu HEX8. Siatka składa się z elementów o wymiarach 1mm x 1mm.



Rys. 2 Zastosowanie przesunięć i obrotów siatki płaskiej w tworzeniu siatki elementów przestrzennej.

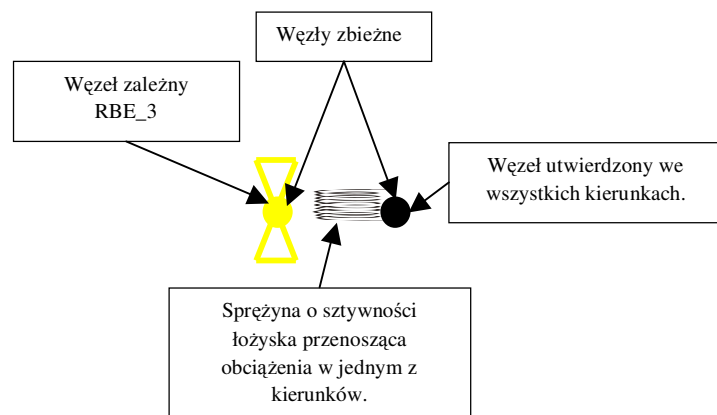
Obrót siatki oznaczony cyfrą 1 powielono 148 razy w odstępach kątowych równych $1,08^\circ$, przesunięcie siatki oznaczone cyfrą 2 zostało powielone 20 razy w odległości od siebie równej 1 mm, kopiowanie siatki przestrzennej zęba i obrót jej oznaczony cyfrą 3 powtórzono 36 razy w odstępach kątowych równych około $9,73^\circ$. W efekcie otrzymano siatkę elementów składającą się z 188852 węzłów oraz 155850 elementów.

Kolejnym etapem konfiguracji modelu obliczeniowego jest przypisanie warunków brzegowych modelu oraz danych materiałowych dla elementów.



Rys. 3 Warunki brzegowe modelu obliczeniowego.

Ponieważ koło zębate w rzeczywistych warunkach pracy jest osadzone na łożyskach, w analizie zostały one zasymulowane za pomocą metody Multi-point constrain, elementów typu RBE_3 oraz sprężyn o sztywności równej sztywności łożyska (Rys.4). Koło zostało zablokowane w kierunku rotacyjnym osiowym w miejscu wielowypustu, celem zasymulowania zakleszczenia przekładni podczas pracy. Dlatego, że analizie zmęczeniowej jest poddawana część koła (bez uwzględniania bieżni łożysk oraz wieńca zębatego), siła obciążająca została



Rys. 4 Schemat symulacji podparć modelu obliczeniowego.

przyłożona punktowo, co zgodnie z twierdzeniem de Saint- Venanta nie będzie miało wpływu na badany obszar elementu - średnik koła. Tak skonfigurowany model został poddany analizie statycznej. Wyniki stanowiące naprężenia w poszczególnych tensorach zostały wygenerowane w postaci raportów. Jako wartości wyjściowe zostały potraktowane również współrzędne węzłów. Raporty zostały wygenerowane dla węzłów w układzie cylindrycznym.

5. ANALIZA ZMĘCZENIOWA

Analizę wytrzymałości zmęczeniowej można traktować jako postępowanie po procesowej analizie statycznej, ponieważ wyniki z tych obliczeń stanowią wartości wejściowe do dalszej części kalkulacji modelu. Analiza zmęczeniowa została przeprowadzona pod kątem wytrzymałości wysokocyklowej, co oznacza, że dla danego elementu zakłada się liczbę cykli pracy z przedziału $10^5 + 10^7$. Do celów takich obliczeń został napisany w środowisku programowania Matlab, specjalny program, który wylicza współczynniki bezpieczeństwa i przedstawia wyniki w postaci mapy tych współczynników bezpieczeństwa naniesionej na wykres z krzywą materiałową.

Algorytm obliczeniowy wykorzystuje metodykę Manson'a McKnight'a, który za pomocą podanych zależności wylicza wartości:

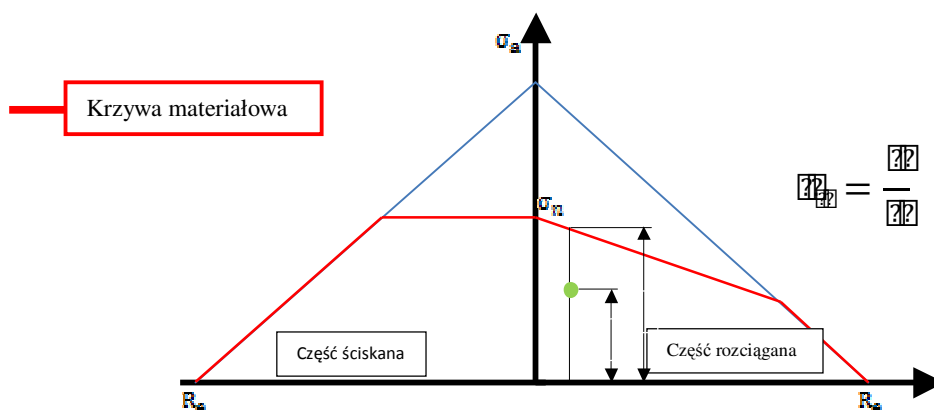
- amplitudy naprężeń σ_a :

$$\sigma_m = \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{\left[(\Sigma\sigma_x - \Sigma\sigma_y)^2 + (\Sigma\sigma_y - \Sigma\sigma_z)^2 + (\Sigma\sigma_z - \Sigma\sigma_x)^2 + 6(\Sigma\tau_{xy}^2 + \Sigma\tau_{yz}^2 + \Sigma\tau_{zx}^2) \cdot \text{SIGN}(\Sigma\sigma_x + \Sigma\sigma_y + \Sigma\sigma_z) \right]}$$

- naprężeń średnich σ_m :

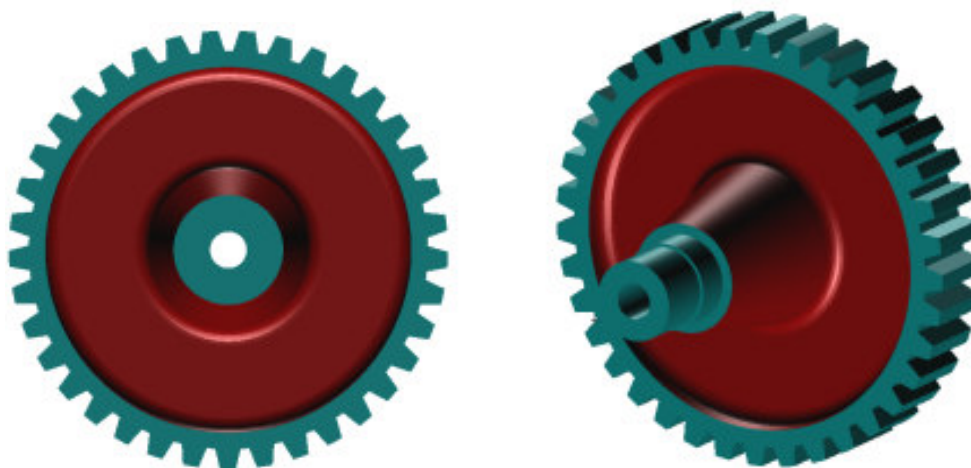
$$\sigma_a = \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{\left[(\Sigma\sigma_x - \Sigma\sigma_y)^2 + (\Sigma\sigma_y - \Sigma\sigma_z)^2 + (\Sigma\sigma_z - \Sigma\sigma_x)^2 + 6(\Sigma\tau_{xy}^2 + \Sigma\tau_{yz}^2 + \Sigma\tau_{zx}^2) \right]}$$

Wartości współczynników bezpieczeństwa są wyliczane w sposób pionowy, ujmując stosunek wartości wynikających z danych materiałowych do wartości wyliczonych przy wcześniejszych krokach analizy. Pod linią czerwoną, krzywą materiałową (Rys. 5), znajduje się tak zwany obszar bezpieczny, wszystkie wartości będące poza tym obszarem nie spełniają kryteriów zakładanych przy projektowaniu wyrobów.



Rys. 5 Schemat wyliczania współczynników bezpieczeństwa.

Wybraną częścią koła zębatego do analizy zmęczeniowej jest część łącząca wieniec zębaty z piastą od strony wielowypustu (średnik koła - czerwony obszar na rys.6.). Na ten obszar zdecydowano się ponieważ analiza statyczna wykazała, że w miejscu tym występują największe naprężenia na części łączącej. W celu skrócenia obliczeń programu, wygenerowane raporty zawierają wartości węzłów z powierzchni najbardziej oddalonych od środka obrotu, czyli takich, w których występują największe naprężenia zredukowane.

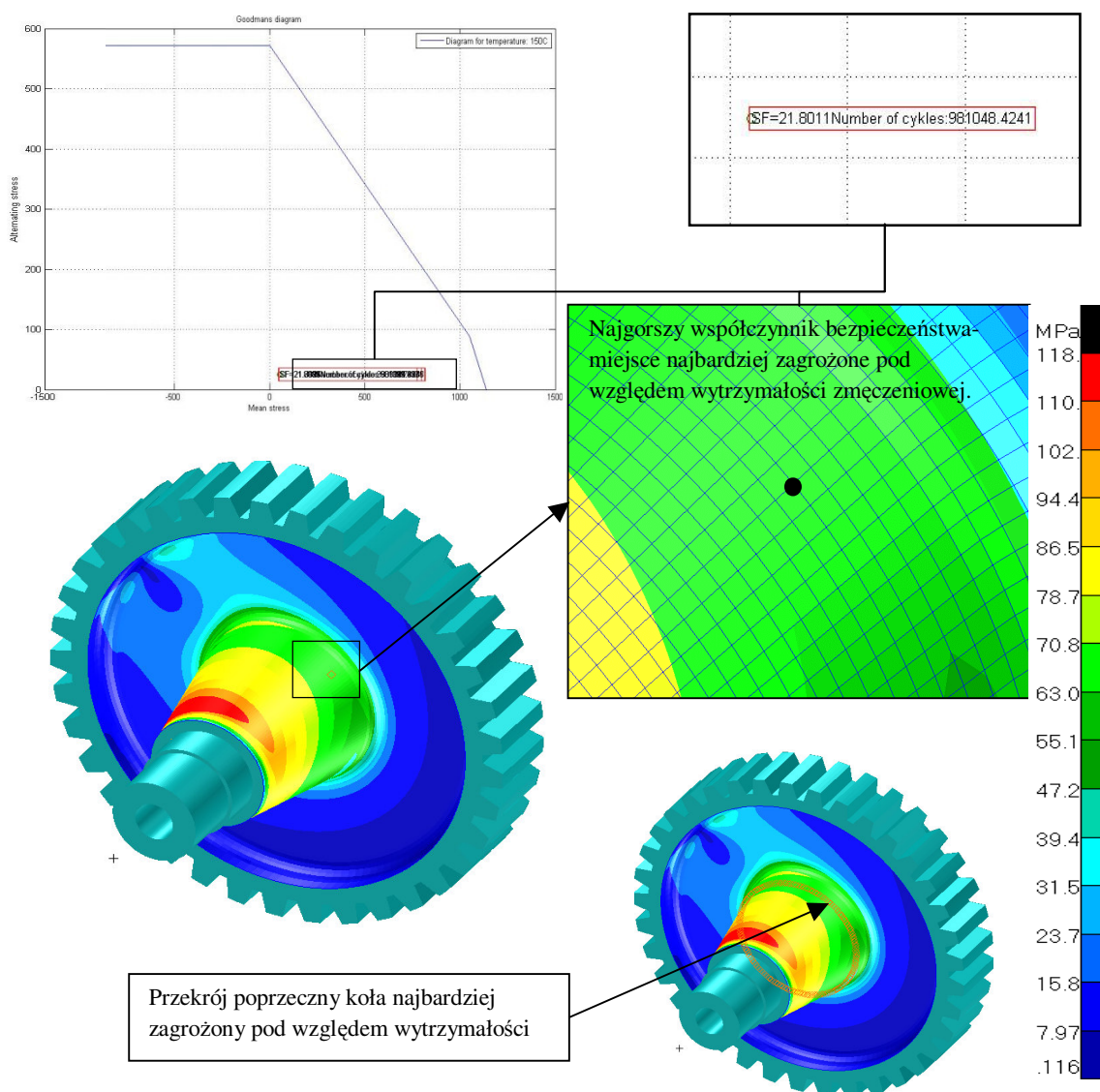


Rys. 6 Widok miejsca poddanego obliczeniom zmęczeniowym.

Raporty lokacji węzłów, tensorów naprężeń w węzłach z tego miejsca oraz dane materiałowe zostały wczytane do dedykowanego programu obliczeniowego, a wyniki z analizy zostały zaprezentowane w postaci map współczynników bezpieczeństwa.

6. WYNIKI ANALIZY ZMECZENIOWEJ

Zasady wytrzymałości materiałów mówią, że bardziej niekorzystnym stanem obciążenia pomiędzy ściskaniem, a rozciąganiem jest stan rozciągania. Dlatego też, wykres zmęczeniowy został zaprezentowany tylko dla części rozciąganej. Na wykresie przedstawiono jedynie 20 najbardziej zagrożonych punktów pod względem wytrzymałości zmęczeniowej. Dodatkowo zaznaczono też dane węzły, w których występują najmniejsze wartości współczynników bezpieczeństwa na mapie naprężeń koła zębatego.



Rys. 7 Wyniki analizy zmęczeniowej.

Na wykresie, przy każdym z punktów zostały naniesione ramki z informacjami o wartości współczynnika bezpieczeństwa oraz ilości cykli, jaką może przenieść dany element z punktu rozpatrywania danego przekroju.

7. WNIOSKI

Analiza zmęczeniowa stanowi niewątpliwie ważną część obliczeń konstrukcyjnych. Inżynier konstruktor dostaje informację o tym, w jaki sposób pod wpływem obciążenia element odnosi się do warunków projektowych. Możemy zauważyć, że w przypadku przeprowadzonej analizy zmęczeniowej koła zębatego uzyskaliśmy wartość współczynnika bezpieczeństwa na poziomie 21.8011, wartość cykli pracy 981048.4241 co daje około 22-krotną większą liczbę od zakładanej. Takie wielkości stanowią o tym, że istnieje możliwość znacznych optymalizacji badanego koła zarówno pod względem geometrycznym jak i materiałowym. W przypadku optymalnym w lotnictwie wartość współczynnika bezpieczeństwa powinna być najbliższa wartości 1, lecz nie mniejsza niż 1.

8. LITERATURA

1. BĄK Roman, BURCZYŃSKI Tadeusz: Wytrzymałość materiałów z elementami ujęcia komputerowego. Wyd. 2 Wydawnictwo Naukowo- Techniczne, Warszawa 2009
2. DYLAĞ Zdzisław, ORŁOŚ Zbigniew: Wytrzymałość zmęczeniowa materiałów. Wydawnictwo Naukowo- Techniczne, Warszawa 1962.
3. KOCANĀDA Stanisław, SZALA Józef: Podstawy obliczeń zmęczeniowych. Wyd. 3 Wydawnictwo Naukowe PWN Warszawa 1997
4. MRZYGŁÓD Mirosław: Parametryczna optymalizacja konstrukcji pracujących przy obciążeniach wysokocyklowych. Rozprawa doktorska. Politechnika Krakowska im. Tadeusza Kościuszki Kraków 2005
5. NEIMITZ Andrzej: Mechanika Pękania. Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 1998
6. NIEZGODZIŃSKI Michał Edward, NIEZGODZIŃSKI Tadeusz: Wzory, wykresy i tablice wytrzymałościowe. Wyd.6 Wydawnictwo Naukowo- Techniczne Warszawa 1996.
7. RIECE R.C., JACKSON J.L., BAKUCKAS J., THOMPSON S.: Metallic material properties development and standardization. Raport nr DOT/FAA/AR-MMPDS-01. U.S. Department of Transportation Federal Aviation Research Washington, 2003.