

Mgr inż. Małgorzata JOHN, email: [malgorzata.john@polsl.pl](mailto:malgorzata.john@polsl.pl)

Politechnika Śląska

Dr hab. inż. Marek GZIK, prof. nzw. w Pol. Śl., email: [marek.gzik@polsl.pl](mailto:marek.gzik@polsl.pl)

Politechnika Śląska

## Wybrane problemy numerycznej symulacji trójpunktowego zginania próbek z kości korowej

**Streszczenie:** W pracy skrótkowo przedstawiono przeprowadzone badania i otrzymane wyniki. W kolejnym etapie opisano proces modelowania próbki, dla której wykonano badania i zasymulowano próbę trójpunktowego zginania. Zasadniczym tematem pracy są problemy związane z modelowaniem numerycznym próbek z kości korowej oraz symulacją numeryczną przeprowadzonego badania. Starano się uwzględnić specyfikę materiału oraz warunki brzegowe wynikające z badań doświadczalnych. Model powinien odzwierciedlać własności mechaniczne tkanki kostnej w taki sposób aby wyniki symulacji numerycznej próby zginania były zgodne z wynikami badania doświadczalnego.

**Słowa kluczowe:** trójpunktowe zginanie, symulacja numeryczna, kość korowa

## Selected problems of numerical simulation of three-point bending test of cortical bone

**Abstract:** This paper summarizes studies and the obtained results. Next, the process of modeling the sample on which the test was performed and three-point bending test was simulated are presented. In the main part of the paper the problems associated with the numerical model of cortical bone samples and simulation test are describes. It focuses on the problems arising from the specific material and the problems that arose during the experimental testing. The model should reflect the mechanical properties of bone tissue in such a way that the results of numerical simulation of the bending test were consistent with the results of experimental research.

**Keywords:** Three-point bending, numerical simulation, cortical bone

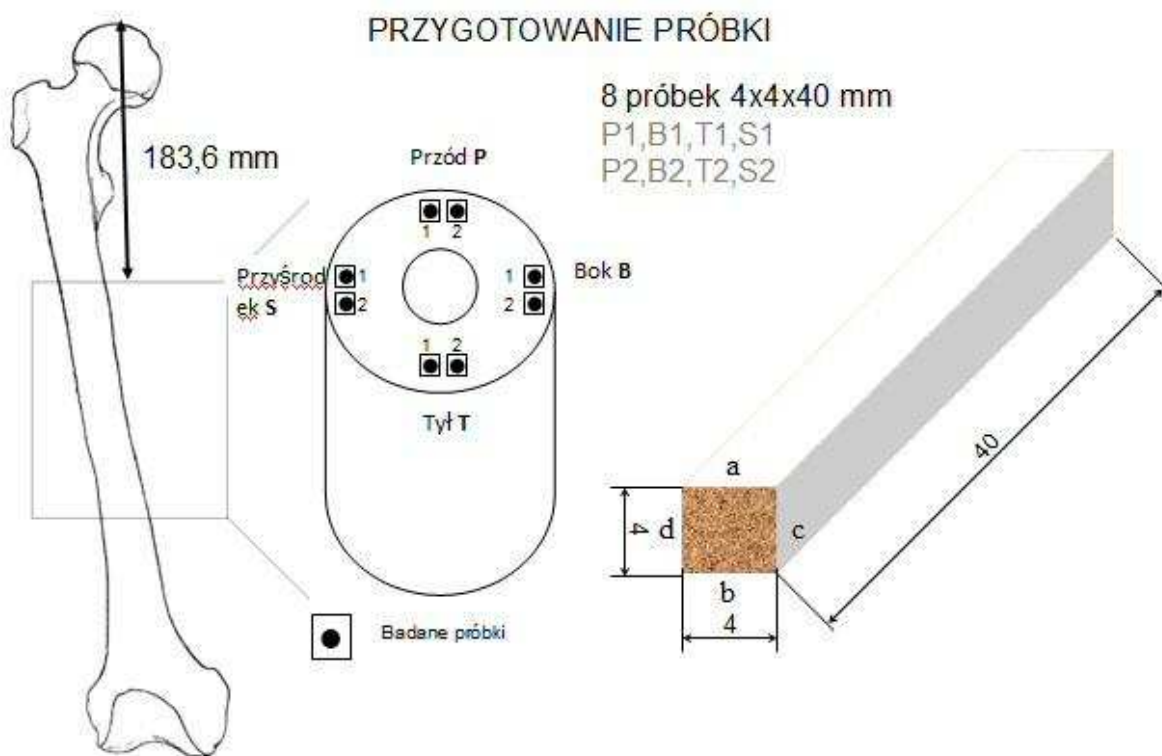
### 1. WPROWADZENIE

Podstawę prowadzonych rozważań stanowi próba trójpunktowego zginania wykonana dla próbek przygotowanych z kości korowej. Badanie przeprowadzono w laboratorium Instytutu Mechaniki i Inżynierii Obliczeniowej na maszynie wytrzymałościowej MTS Insight 10 przygotowanej specjalnie do tego badania. Aparatura do pomiarów przemieszczeń metodą Q-400 została udostępniona przez Katedrę Biomechatroniki. Próbę trójpunktowego zginania przeprowadzono dla 8 próbek. Próbki przygotowano na specjalnej maszynie do cięcia na Wydziale Informatyki i Nauki o Materiałach Uniwersytetu Śląskiego. Zapewniło to wymaganą dokładność wymiarów, jak również odpowiednią geometrię próbek. Próbki przygotowano w postaci prostopadłościanów o wymiarach 4x4x40 mm.

Każdą z próbek przechowywano w osobnym pojemniku, zanurzoną w alkoholu etylowym. Kości pochodziły od zmarłej pacjentki, która w chwili zgonu miała 38 lat. Próbki wycięto z kości udowej. Po dwie z przedniej, tylnej, bocznej oraz przyśrodkowej ściany (Rys.1.1). Na każdą z próbek przed przeprowadzeniem badania nałożono warstwę białej farby w spreju. Po osuszeniu nałożono warstwę czarnej farby w celu uzyskania stochastycznego wzoru. Zabieg ten umożliwił całkowite wychwycenie próbki przez kamery [1].

Wartości modułu Younga uzyskane w wyniku przeprowadzonych badań zestawiono w tablicy 1.1. Dla przebadanych ośmiu próbek wartości modułu Younga

wyznaczono dla każdej ścianki oddzielnie. Wartość podano w GPa. Dodatkowo obliczono dla każdej próbki wartość średnią i odchylenie standardowe.



Rys. 1.1. Przygotowanie próbek

Tablica 1.1 Wartości modułu Younga uzyskane w badaniach

Próbki, E [GPa]								
Ściana	P1	B1	T1	S1	P2	B2	T2	S2
a	15,9	16,0	14,3	11,8	15,4	14,3	15,9	15,7
b	16,3	15,8	14,3	12,8	15,4	14,0	14,6	15,5
c	16,8	15,7	15,1	12,8	14,4	15,3	15,5	15,6
d	16,5	15,6	15,4		15,3	15,2	15,3	15,1
$x_m$	16,4	15,8	14,8	12,5	15,1	14,7	15,3	15,5
$\hat{s}$	2,9%	1,4%	4,2%	5,3%	4,8%	4,8%	4,7%	2,4%

Oznaczenia miejsca wycięcia próbek, dla których wyniki zamieszczono w tablicy:  
 P – przednia, B – boczna, T – tylna, S – przyśrodkowa,  $x_m$  - wartość średnia,  
 $\hat{s}$  – odchylenie standardowe.

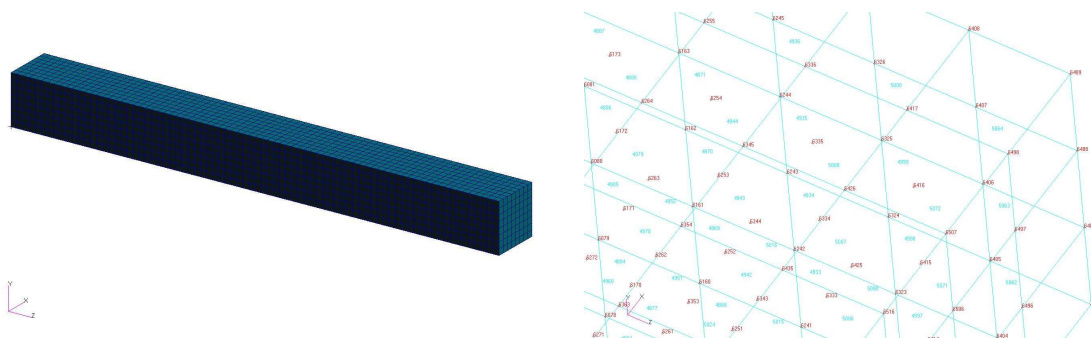
## 2. WYBRANE PROBLEMY

Symulację numeryczną przeprowadzono w systemie MSC.Software. Model numeryczny oraz wizualizację wyników wykonano w programie MSC.Patran a obliczenia przeprowadzono programem MSC.Nastran. Tworzenie modelu przebiega w kilku etapach. Na początku tworzony jest model geometryczny odzwierciedlający zewnętrzną geometrię analizowanego obiektu a następnie tworzona jest siatka elementów skończonych wypełniająca opisaną wcześniej geometrię modelującą,

poprzez odpowiedni rodzaj elementów, stan naprężenia panujący w badanej strukturze. W kolejnym etapie zadawane są parametry materiałowe i warunki brzegowe a na końcu wykonywane obliczenia [2]. Poniżej przedstawiono poszczególne etapy tworzenia modelu numerycznego.

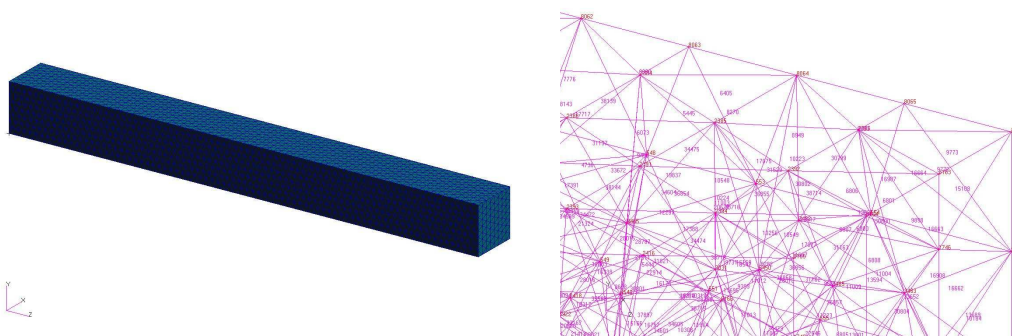
Na etapie budowy modelu geometrycznego utworzono model powierzchniowy, który wypełniono elementem typu *Solid*. Bryła miała wymiary 4x4x40 mm.

W celu zbadania wpływu rodzaju elementów i gęstości siatki na wyniki numerycznej analizy wytrzymałościowej opracowano dziesięć modeli numerycznych. W modelach zastosowano elementy czworościenne typu „*Tet*” z liniową i kwadratową funkcją kształtu (*Tet4* i *Tet10*) oraz elementy sześciennie typu „*Hex*” z liniową i kwadratową funkcją kształtu (*Hex8* i *Hex20*). Dodatkowo dla elementów z liniową funkcją kształtu przetestowano różne gęstości podziału siatki przyjmując średnią odległość między węzłami 0,2 mm, 0,25 mm, 0,4 mm, 0,5 mm i 1 mm. W każdym przypadku stosowano równomierny jednorodny podział na elementy skończone (*Izomesh*). Przykładowe widoki zamodelowanych próbek i podziału na elementy przedstawiają rysunki rys. 2.2.



Rys. 2.1. Siatka elementów skończonych – model kostka 1 (*Hex8*, węzły co 0,5 mm), naprężenia - składowa Z, w MPa

Na tym etapie trzeba było wybrać typ elementu oraz gęstość podziału tak, żeby uzyskać jak najlepsze odwzorowanie własności próbek.

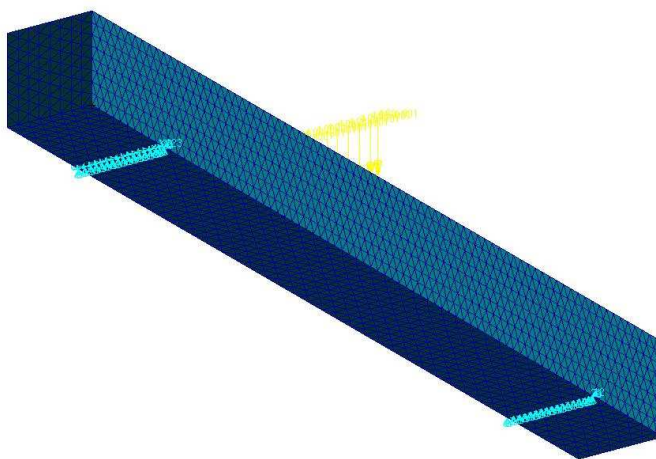


Rys. 2.2. Siatka elementów skończonych – model kostka 3 (*Tet4*, węzły co 0,5 mm), naprężenia - składowa Z, w MPa

W następnym etapie wprowadzono materiał o właściwościach zbliżonych do właściwości kości korowej człowieka. Moduł Younga przyjęto 15 GPa, a współczynnik Poisson'a 0,35 ([1],[3],[4]). Jest to bardzo ważny etap, gdyż przyjęcie

niewłaściwych parametrów materiałowych ma znaczący wpływ na otrzymane w drodze obliczeń wyniki. W systemie nie ma bazy materiałowej zawierającej materiały biologiczne takie jak tkanka kostna. Wartości parametrów materiałowych są różne dla różnych rodzajów kości. Wpływ na to ma również miejsce, skąd pobrano próbkę. W tym przypadku była to tkanka korowa kości udowej człowieka [5].

Tak jak w badaniu doświadczalnym, modele numeryczne poddano próbie trójpunktowego zginania. Podpory zadano w węzłach na linii w odległości 5mm od podstaw prostopadłościanu na dolnej ścianie (Rys. 2.3). W lewej podporze we wszystkich węzłach odebrano stopnie swobody związane z przemieszczeniem pionowym i poziomym w osi próbki.



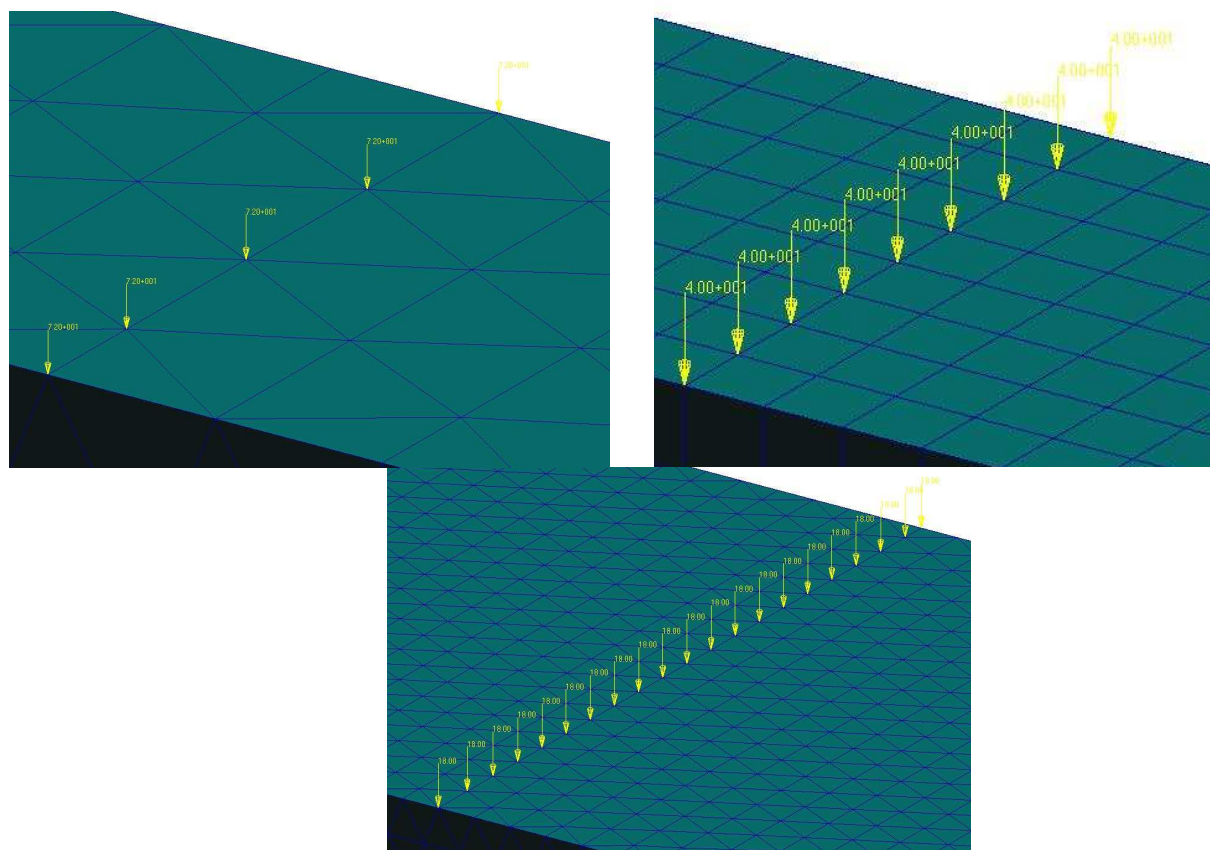
Rys.2.3. Rozmieszczenie podpór i miejsce przyłożenia sił

W jednym skrajnym węźle dodatkowo odebrano stopień swobody związany z przemieszczeniem poprzecznym próbki w celu wyeliminowania tej składowej przemieszczenia próbki w trakcie symulacji próby. W prawej podporze odebrano stopnie swobody związane z przemieszczeniem pionowym we wszystkich węzłach. Tak jak w podporze lewej, w jednym skrajnym węźle dodatkowo odebrano stopień swobody związany z przemieszczeniem poprzecznym próbki. W tej podporze pozostawiono możliwość przemieszczania się próbki w kierunku osi podłużnej. Siła została przyłożona w węzłach na linii w połowie długości próbki, dokładnie w środku górnej ściany. Zależnie od ilości węzłów dobierano wartość siły w węźle tak, żeby sumarycznie wynosiła ona 360 N (Rys.2.4).

W analizie wyników skupiono się na porównaniu przemieszczeń (składowa pionowa Y i pozioma Z) oraz naprężeń (redukowane wg hipotezy Hubera-Misesa oraz składowa Y). Wyniki zestawiono w Tab. 2.1. W przypadku niektórych modeli (2, 7, 5, 8 i 10) zaobserwowano lokalną koncentrację naprężeń znacznie przekraczającą liczbowo pozostałe wyniki. Szczególnie jest to widoczne dla modeli 2 i 7. Dla modelu 6. uzyskano największe wartości przemieszczeń przy równocześnie niskich wartościach naprężeń.

Po przeanalizowaniu otrzymanych wyników najlepszy okazał się model numer 9 (opis pogrubiony). Przy zmianie gęstości siatki nie zachodzą duże zmiany przemieszczeń Y oraz wypadkowych. Równocześnie otrzymany rozkład naprężeń jest regularny. Zwiększenie ilości stopni swobody (przyjęcie kwadratowej funkcji

kształtu, elementy typu Tet10 i Hex20) nie wpływa znacząco na poprawę dokładności obliczeń, a znacząco wydłuża czas obliczeń.

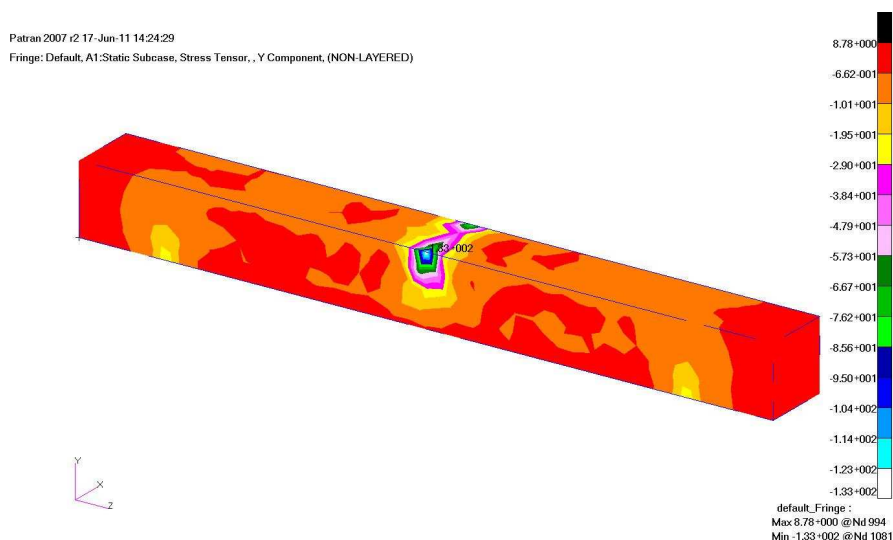


Rys.2.4. Przykładowe rozkłady obciążeń węzłowych w zależności od typu elementu i gęstości podziału

Tablica 2.1. Wyniki symulacji próby trójpunktowego zginania przy przyłożonej sile 360 N.

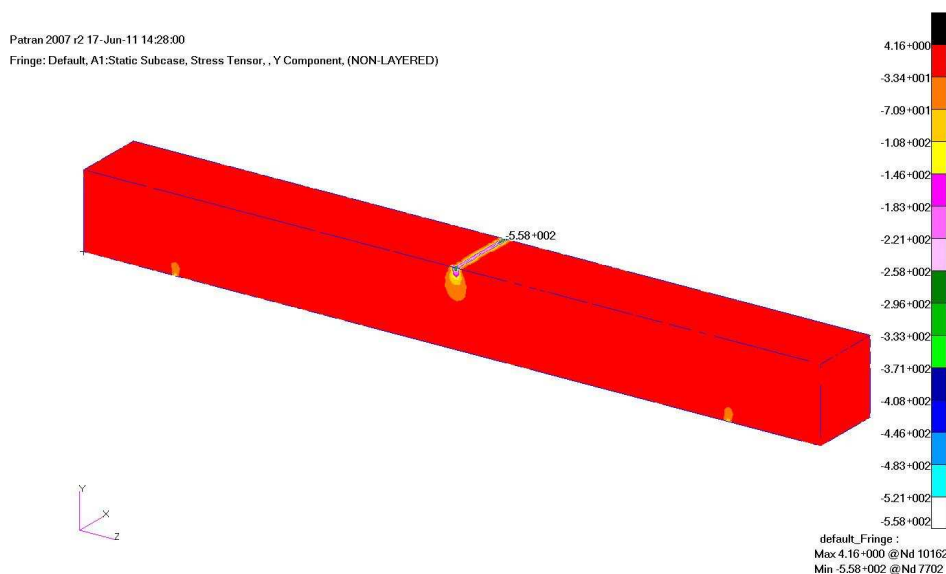
Nr modelu	$f_y$ [mm]	$f_z$ [mm]	$\sigma_{red}$ [MPa]	$\sigma_y$ [MPa]
1	0,625	0,239	476	57,7
2	0,713	0,256	1460	177
3	0,664	0,00288	305	5,77
4	0,589	0,217	246	8,78
5	0,725	0,267	811	4,16
6	0,852	0,319	343	34,5
7	0,731	0,268	1310	161
8	0,688	0,253	974	82,1
<b>9</b>	<b>0,717</b>	<b>0,262</b>	<b>599</b>	<b>73,4</b>
10	0,695	0,255	984	121

Dla modelu *Kostka 4* podobnie jak dla modelu *Kostka 3*, otrzymano regularne rozkłady przemieszczeń, a rozkład naprężeń jest nieregularny na izoliniach. Maksymalne przemieszczenia w osi Y osiągają wartości 0,589 mm. Maksymalne naprężenia redukowane wystąpiły w miejscu przyłożenia sił a ich wartość wynosiła 246 MPa. Największe naprężenia normalne składowej Y wystąpiły w miejscu przyłożenia siły w punktach skrajnych i wynosiły 8,78 MPa (Rys. 2.5). Jednocześnie pojawiły się obszary o podwyższonych naprężeniach w okolicach podpór.



Rys. 2.5. Model kostka4 (Tet4, węzły co 1 mm), naprężenia - składowa Y, w MPa

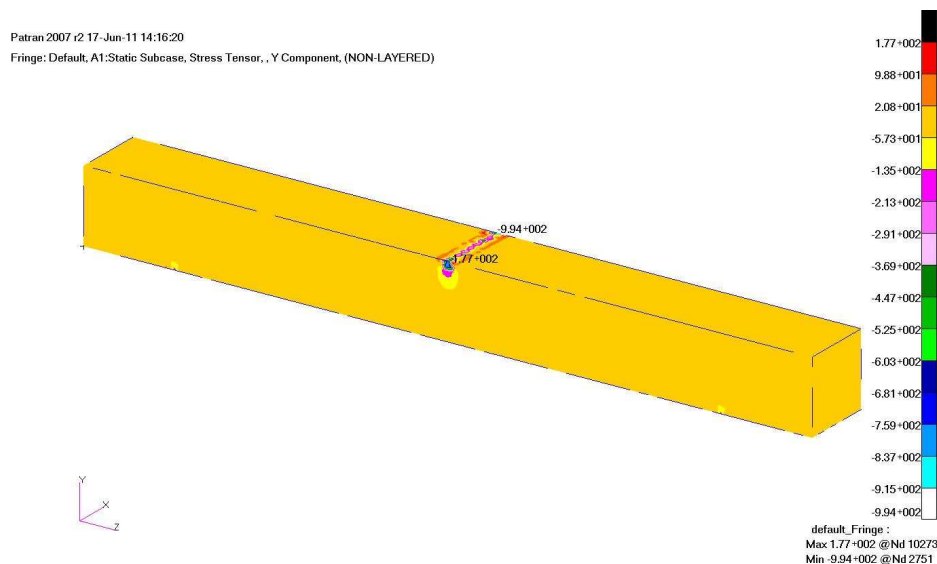
Dla modelu *Kostka 5* otrzymano regularne rozkłady przemieszczeń i naprężeń. Maksymalne przemieszczenia w osi Y osiągają wartości 0,725 mm. Maksymalne naprężenia redukowane wystąpiły w miejscu przyłożenia sił i wynosiły 811 MPa. Największe naprężenia normalne składowej Y wystąpiły w miejscu przyłożenia siły w punktach skrajnych i wynosiły 4,16 MPa (Rys.2.6). Nie zaobserwowano podwyższonych naprężeń w okolicach podpór.



Rys. 2.6. Model kostka5 (Tet4, węzły co 0.2 mm), naprężenia - składowa Y, w MPa

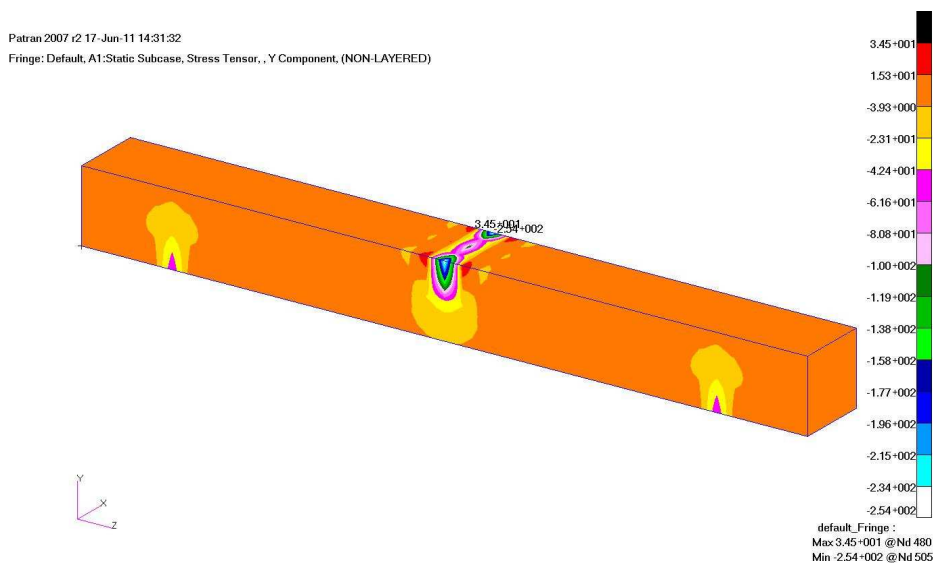
Dla modelu *Kostka 2* podobnie jak dla modelu *Kostka 1*, otrzymano regularne rozkłady przemieszczeń i naprężeń. Maksymalne przemieszczenia w osi Y osiągają

wartości 0,713 mm. Maksymalne naprężenia redukowane wystąpiły w miejscu przyłożenia sił a ich wartość jest najwyższą z otrzymanych i wynosiła 1460 MPa. Największe naprężenia normalne składowej Y wystąpiły w miejscu przyłożenia siły w punktach skrajnych i wynosiły 177 MPa (Rys.2.7). Nie zaobserwowano podwyższonych naprężeń w okolicach podpór.



Rys. 2.7. Model kostka2 (Tet10, węzły co 0.5 mm), naprężenia - składowa Y, w MPa

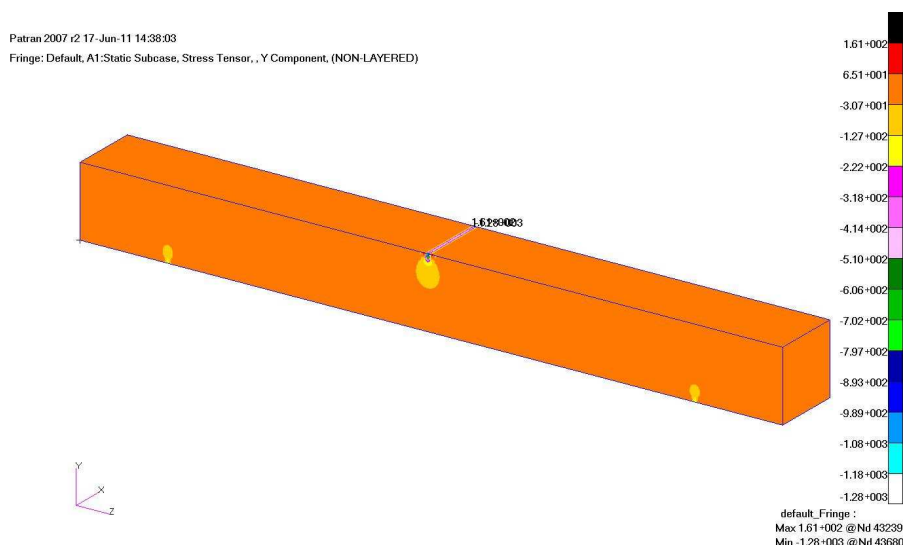
Dla modelu *Kostka 6* otrzymano regularne rozkłady przemieszczeń i naprężeń. Maksymalne przemieszczenia w osi Y osiągają wartości 0,852 mm. Maksymalne naprężenia redukowane wystąpiły w miejscu przyłożenia sił i wynosiły 343 MPa. Największe naprężenia normalne składowej Y wystąpiły w miejscu przyłożenia siły w punktach skrajnych i wynosiły 34,5 MPa (Rys.2.8). Jednocześnie pojawiły się obszary o podwyższonych naprężeniach w okolicach podpór i miejsc przyłożenia siły.



Rys. 2.8. Model kostka6 (Hex8, węzły co 1 mm), naprężenia - składowa Y, w MPa

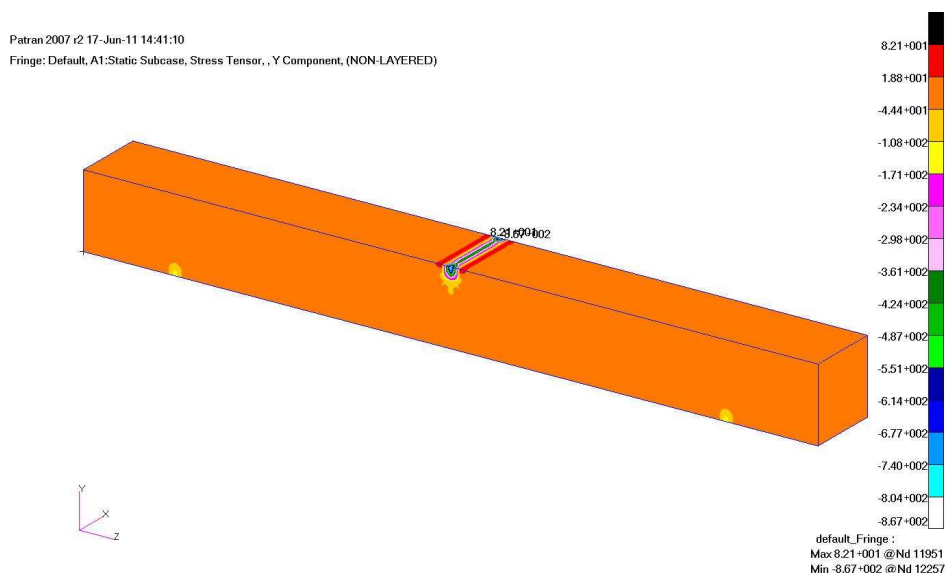
Dla modelu *Kostka 7* otrzymano regularne rozkłady przemieszczeń i naprężeń. Maksymalne przemieszczenia w osi Y osiągają wartości 0,731 mm. Maksymalne

naprężenia redukowane wystąpiły w miejscu przyłożenia sił i wynosiły 1310 MPa. Największe naprężenia normalne składowej Y wystąpiły w miejscu przyłożenia siły w punktach skrajnych i wynosiły 161 MPa (Rys.2.9). Jednocześnie pojawiły się obszary o podwyższonych naprężeniach w okolicach podpór.



Rys. 2.9. Model kostka7 (Hex8, węzły co 0.2 mm), naprężenia - składowa Y, w MPa

Dla modelu *Kostka 8* otrzymano regularne rozkłady przemieszczeń i naprężeń. Maksymalne przemieszczenia w osi Y osiągają wartość 0,688 mm. Maksymalne naprężenia redukowane wystąpiły w miejscu przyłożenia sił i wynosiły 974 MPa. Największe naprężenia normalne składowej Y wystąpiły w miejscu przyłożenia siły w punktach skrajnych i wynosiły 82,1 MPa (Rys.2.10). Jednocześnie pojawiły się obszary o podwyższonych naprężeniach w okolicy miejsca przyłożenia siły.



Rys. 2.10. Model kostka8 (Hex20, węzły co 0.5 mm), naprężenia - składowa Y, w MPa

W następnym, końcowym etapie dostrajano model do wyników otrzymanych w przeprowadzonym badaniu doświadczalnym. Przyłożona siła wynosiła 142 N, a otrzymane przemieszczenia 0,24 mm. Symulację wykonano dla wybranego



wcześniej modelu numer 9. Zmiany dotyczyły jedynie modułu Younga, natomiast ułamek Poissona przyjmowano zawsze równy 0.35 ponieważ z danych literaturowych wynika, że ma on niewielki wpływ na zmianę naprężeń i przemieszczeń a dodatkowo dla danego rodzaju tkanki kostnej pozostaje praktycznie na stałym poziomie. Przy module Younga równym 15 GPa otrzymano przemieszczenie w osi Y 0,283. Następnie zwiększano wartość modułu Younga aż do wartości 17,5 GPa. Dla tej wartości otrzymano przemieszczenie w osi Y wynoszące 0,242 mm.

Na podstawie zależności (1.1) obliczono procentowy błąd względny uzyskanych przemieszczeń, który wynosi  $ER = 0,83\%$ .

$$ER = \text{abs}((f_d - f_y) / f_d) 100\% \quad (1.1)$$

Gdzie:

$f_d$  – przemieszczenie z doświadczenia (0,24 mm),

$f_y$  – przemieszczenie wyznaczone numerycznie (0,242 mm),

abs – wartość bezwzględna.

### 3. PODSUMOWANIE

W trakcie opracowywania modelu zauważono, że gęstość podziału i rodzaj zastosowanych elementów mają wpływ na otrzymywane rozkłady naprężeń i przemieszczeń. Jednak zwiększanie liczby stopni swobody elementów poprzez zastosowanie kwadratowych funkcji kształtu (elementy typu Tet10 i Hex20) nie wpływało znacząco na poprawę otrzymywanych wyników, a równocześnie znacząco zwiększało czas obliczeń.

Sprawdzano również jaki wpływ ma zmiana rozmiaru elementów (gęstość siatki) na wyniki. Przy zmniejszaniu rozmiaru elementu od 1 mm do pewnego momentu niosło to za sobą poprawę jakości wyników. Po przekroczeniu wielkości 0,4 mm nie zauważano już znaczącej poprawy otrzymywanych wyników, równocześnie jednak wrastała wielkość zadania (liczba stopni swobody, DOF) i czas obliczeń.

Przeprowadzona analiza ukazuje, że dla opracowanego modelu numerycznego próbki można otrzymać przemieszczenia z zadaną dokładnością zmieniając wartości modułu Younga.

Badania numeryczne (symulacja komputerowa) umożliwiają uzyskiwanie wyników bardzo bliskich lub zgodnych z doświadczeniem co pozwala obniżyć koszty i znacząco skrócić czas badań.

### LITERATURA

- [1] Kokot G.: Wyznaczanie własności mechanicznych tkanek kostnych z zastosowaniem cyfrowej korelacji obrazu, nanoindentacji oraz symulacji numerycznych, Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice 2013.
- [2] John A.: Wybrane zagadnienia numerycznego modelowania struktur biomechanicznych (część II), Gliwice 2011.
- [3] Keaveny T.M.z, Morgan E.F., O.C. Yeh: Bone Mechanics. w: M. Kutz (Ed.): Standard handbook of biomedical engineering and design. McGraw-Hill, 2004.
- [4] Będziński R., Biomechanika inżynierska. Zagadnienia wybrane, Oficyna Wydawnicza Pol. Wrocławska, Wrocław 1997.
- [5] Pruitt L. A., Chakravartula A. M, Mechanics of Biomateriale, Cambridge University Press 2011.